

ГБПОУ МО “Училище (техникум) олимпийского резерва №3”

**Методические рекомендации к внеаудиторной самостоятельной работе студентов
по дисциплине «Математика»**

г. Химки
2023-2024 уч.г.

Методические рекомендации к внеаудиторной самостоятельной работе студентов по учебной дисциплине разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта и действующей рабочей программы по специальности среднего профессионального образования

Организация-разработчик: ГБПОУ МО “Училище (техникум) олимпийского резерва № 3”

Разработчик: Афанесян С.Р., преподаватель математики

Рассмотрена и одобрена на заседании предметной цикловой комиссии училища

протокол № 1 от «31» августа 2023 г.

Рекомендована методическим советом государственного образовательного учреждения среднего профессионального образования Московской области ГБПОУ МО “Училище (техникум) олимпийского резерва №3”

Протокол № 1 от «31» августа 2023 г.

Пояснительная записка

Внеаудиторная самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий обучающихся техникума.

Основные цели внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика»:

- овладение знаниями: аналитическая работа с текстом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы), составление опорного конспекта;
- формирование умений: выполнение графических работ, решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений;
- систематизация и закрепление знаний и практических умений обучающихся;
- углубление и расширение теоретических знаний, формирование умений использовать справочную и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

На внеаудиторную самостоятельную работу в курсе изучения дисциплины «Математика» отводится 146 часов. Методические рекомендации помогут студентам целенаправленно изучать материал по теме, определять свой уровень знаний и умений при выполнении самостоятельной работы.

Тематический план внеаудиторной самостоятельной работы.

№	Тема (раздел)	Виды работы	Форма организации	Методы контроля	Кол-во часов
1	2	3	4	5	6
1.	Развитие понятия о числе.	Работа над контрольными вопросами: 1. Формулы возведения в степень комплексного числа, записанного в алгебраической форме. Примеры. 2. Преобразование выражений, содержащих степени комплексного числа. [1] стр.16-23 Решение вариативных задач по теме	Групповая групповая	Устный опрос Решение заданий практического занятия	4 6
2.	Корни, степени и логарифмы.	Самостоятельное изучение темы: «Алгоритмы решения показательных и логарифмических уравнений с переменной в основании». Составить опорный конспект. [12] стр. 123-126 Сообщение по теме: «Число e –основание натурального логарифма». [12] часть1, глава2, §17. Решение вариативных задач по теме.	групповая индивидуальная	Устный опрос Решение заданий практического занятия Представление сообщения на занятии	4 6 6
3.	Прямые и плоскости в пространстве.	Графическая работа: «Выполнение чертежей на построение сечений многогранника», индивидуальные задания для каждого учащегося (чертежная бумага формат А4).	групповая	Письменная проверка работ, обсуждение типовых ошибок	14
4.	Комбинаторика.	Сообщение по теме: «Диаграммы Эйлера-Венна и их применение в теории множеств». [1], [5], [12], [14], интернет-ресурсы. Решение вариативных задач.	групповая	Представление сообщения на занятии	2 4

5.	Координаты и векторы	Презентации по теме: «Вычисление расстояний и углов внутри многогранников». [6], [18], интернет-ресурсы.	групповая	Представление презентаций на занятии	10
6.	Основы тригонометрии	Графическая работа по теме: «Преобразование графиков тригонометрических функций». Индивидуальное задание для каждого учащегося (выполняется на бумаге с миллиметровой сеткой). [1] стр. 107-112, 133-136.	групповая	Письменная проверка работ обсуждение типовых ошибок	16
7.	Функции. Их свойства и графики.	Графическая работа по теме: «Преобразование графиков функций». Индивидуальное задание для каждого учащегося (выполняется на бумаге с миллиметровой сеткой).	групповая	Письменная проверка работ обсуждение типовых ошибок	12
8.	Многогранники	Презентации по темам: «Правильные многогранники. Теорема Эйлера» «Платоновы тела» «Архимедовы тела» [1] стр.152-156, [12] стр., часть 3, глава 13, §85, интернет – ресурсы. Решение вариативных задач	индивидуальная	Представление презентаций на занятии	4
9.	Тела и поверхности вращения.	Сообщение по теме: «Определение тел вращения через коническую, цилиндрическую и сферическую поверхность». [6] , [18] , [19], [20] , [24], интернет-ресурсы.	индивидуальная	Представление сообщения на занятии	4
10.	Начала математического анализа.	Аналитическая работа с текстом: Составить таблицу замечательных пределов. [12] часть 1, глава 4, §43. Составить таблицу эквивалентных функций. Решение вариативных задач.	групповая	Устный опрос Решение заданий практического занятия	4
11.	Измерения в геометрии.	Самостоятельное изучение темы: «Вычисление объёма тел вращения с помощью определённого интеграла».	групповая	Устный опрос Решение заданий практического занятия	8
					12

		Составить опорный конспект. [1] стр.205-211. Привести примеры.			
12	Элементы теории вероятностей. Элементы математической статистики	Решение вариативных задач на вычисление статистических величин.	групповая	Письменная проверка работ обсуждение типовых ошибок	6
13	Уравнения и неравенства.	Аналитическая работа с текстом: Составление схем алгоритмов решения уравнений, содержащих модуль. [12] часть 1, глава 1, §5 Привести пример решения на каждую схему. Решение вариативных задач	групповая	Устный опрос Решение заданий практического занятия	6 8
14	Итоговое повторение.	Решение задач, подобных экзаменационным.	групповая	Письменная проверка работ обсуждение типовых ошибок	6
Всего					146

Методические рекомендации по подготовке презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint. Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов - то есть электронных страничек, занимающих весь экран монитора (без присутствия панелей программы). Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся, как печатный материал. Количество слайдов адекватно содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Слайд, без эффектов анимации должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время присутствующие не успеют осознать содержание слайда. Если на слайде приводится сложная диаграмма, ее необходимо предварить вводными словами (например, «На этой диаграмме приводится то-то и то-то, зеленым отмечены показатели А, синим – показатели Б»), с тем, чтобы дать время аудитории на ее рассмотрение, а только затем приступить к ее обсуждению. Каждый слайд, в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации не менее 18. В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Для лучшей ориентации в презентации по ходу выступления лучше пронумеровать слайды. Желательно, чтобы на слайдах оставались поля, не менее 1 см с каждой стороны.

Критерии оценивания:

Содержание оценки

1. Содержательный критерий	Правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет.
2. Логический критерий	Стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность.
3. Речевой критерий	Использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности; фонетическая организация речи, правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.
4. Психологический критерий	Взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания.

Критерии оценивания решения задач

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью, в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но в обосновании шагов решения недостаточны;
- допущена 1-2 ошибки или 1 ошибка и два-три недочета в выкладках, графиках.

Отметка «3» ставится, если:

- допущены 3 ошибки или 2 ошибки и более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере

Методические рекомендации по составлению конспекта.

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Критерии оценивания конспектов

Отметка «5» ставится, если:

- работа содержит полные ответы на все теоретические вопросы для составления конспекта;

Отметка «4» ставится, если:

- работа содержит неполный ответ хотя бы на один теоретический вопрос для составления конспекта;

Отметка «3» ставится, если:

- работа содержит неполные ответы на 2 теоретических вопроса для составления конспекта.

Отметка «2» ставится, если:

- работа содержит неполные ответы на 2 и более теоретических вопроса для составления конспекта.

Методические рекомендации по выполнению графической работы

Графическая работа выполняется на листах миллиметровой бумаги формата А-4. Необходимые пояснения и вычисления к работе пишутся на обратной стороне листа. Все пояснения желательно записывать с помощью математических символов с минимальным использованием обычного текста. При этом все необходимые обоснования к работе должны быть записаны. Перечислены все этапы построения.

Критерии оценивания графической работы.

Отметка «5» ставится, если: все построения выполнены правильно, аккуратно; описаны и обоснованы все этапы построения

Отметка «4» ставится, если:

допущены несущественные ошибки при построении, или построение выполнено верно, но не все этапы построения описаны и обоснованы.

Отметка «3» ставится, если:

допущены серьёзные ошибки при построении, но сохранена их логика, или при верном построении отсутствует его описание и обоснование

Отметка «2» ставится, если:

построение выполнено неверно

Список литературы.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник: для учреждений начального и среднего профессионального образования. М: Издательский центр «Академия», 2023.
2. Башмаков М.И. Математика: задачник для учреждений начального и среднего профессионального образования. М: Издательский центр «Академия», 2023.
3. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: учебник для учреждений среднего профессионального образования. М: Издательский центр «Академия», 2021.
4. Выготский М.Я. Справочник по высшей математике. М: Наука, 2022.
5. Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2022.
6. Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10 (11) кл. – М., 2000.
7. Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2022.
8. Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 11 кл. – М., 2022.
9. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2021.
10. Башмаков М.И. Математика: 10 кл. Сборник задач: учеб. пособие. – М., 2022.
11. Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 2022.
12. Богомолов Н.В. Математика. учебник для учреждений среднего профессионального образования. М: Издательский центр «Дрофа», 2022
13. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2022.
14. Колягин Ю.М. и др. Математика (Книга 1). – М., 2021.
15. Колягин Ю.М. и др. Математика (Книга 2). – М., 2021.
16. Луканкин Г.Л., Луканкин А.Г. Математика. Ч. 1: учебное пособие для учреждений начального профессионального образования. – М., 2022.
17. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник. – М., 2022.
18. Смирнова И.М. Геометрия. 10 (11) кл. – М., 2021.

Интернет ресурсы.

<http://alone.sammit.kiev.ua/moremind/illusion/index.html>
<http://www.im-possible.info/english/art/mey/mey2.html>
<http://lib.world-mobile.net/culture/special/imp/imp-world-r.narod.ru/art/index.html>
http://www.edu.yar.ru/russian/pedbank/sor_uch/math/legcosh/work.html
<http://schools.techno.ru/sch758/2004/geometr/a.htm>
<http://www.intergu.ru/infoteka>

Тема 1. Развитие понятия о числе.

1.1 Вид самостоятельной работы.

Работа над контрольными вопросами:

1. Формулы возведения в степень комплексного числа, записанного в алгебраической форме. Примеры.
2. Преобразование выражений, содержащих степени комплексного числа.
[1] стр.16-23
3. Решение вариативных задач по теме.

Ответы необходимо записать в тетрадь с конспектами по математике, для дальнейшего использования при решении подобных задач на занятиях.

На каждую формулу необходимо привести разобранный пример.

1.2 Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач по теме.

Справочные материалы для решения задач.

- Сравнение

$a + bi = c + di$ означает, что $a = c$ и $b = d$ (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).

- Сложение

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

- Вычитание

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

- Умножение

$$(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bci + adi + bdi^2 = (ac - bd) + (bc + ad)i.$$

- Деление

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \right) i.$$

- В частности,

$$\frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \left(\frac{b}{a^2 + b^2} \right) i.$$

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

Задание по теме.

1. Даны комплексные числа: $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = i + 1$, $z_3 = -1 - i$.

Вычислите:

а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 + z_3$; в) $z_1 - z_2$; г) $z_2 - z_3$; д) $z_1 \cdot z_2$; е) $z_3 \cdot z_2$.

2. Вычислите: а) $(2 - i)(2 + i) - (3 - 2i) + 7$; б) $(1 + i)^4$.
3. Найти частное комплексных чисел: а) $\frac{1}{i}$; б) $\frac{1}{1+i}$; в) $\frac{5-i}{i+2}$.
4. Представить следующие комплексные числа в тригонометрической форме:
а) -3 ; б) $-i$; в) $1 + i$; г) $-1 + i\sqrt{3}$.
5. Найти координаты точки M , изображающей комплексное число
$$z = \frac{5i-2}{3i+1} + i + \frac{8i-3}{2-i}.$$
6. Решите уравнения в комплексных числах:
а) $x^2 - 4x + 8 = 0$; б) $x^2 + ix + 6 = 0$.

Тема 2. Корни, степени и логарифмы.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Самостоятельное изучение темы:

«Алгоритмы решения показательных и логарифмических уравнений с переменной в основании». Составить опорный конспект. [12] стр. 123-126

План конспекта

- Определение показательного уравнения с переменной в основании.
- Алгоритмы решения для двух случаев: основание больше единицы, основание меньше единицы и больше нуля.
- Обобщённый алгоритм.
- Примеры решения
- Определение показательного уравнения с переменной в основании.
- Алгоритмы решения для двух случаев: основание больше единицы, основание меньше единицы и больше нуля.
- Обобщённый алгоритм.
- Примеры решения

1.2. Вид самостоятельной работы.

Сообщение по теме:

«Число e –основание натурального логарифма». [12] часть1, глава2, §17.

В сообщении необходимо отразить:

- историческую составляющую данного вопроса; рассказать об учёных, впервые сформулировавших понятие экспоненты
- показать место числа среди других трансцендентных величин
- современные способы вычисления значения этого числа.

1.3. Решение вариативных задач по теме.

1. Найти значение выражения:

a) $\sqrt[3]{a^3 b^6}; y = \left(\frac{1}{3}\right)^x;$

b) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}; \log_2 15 - \log_2 30.$

2. Построить график функции:

a) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x; y = 3^x;$

b) $y = \log_3 x; y = \log_{\frac{1}{3}} x.$

3. Решить уравнение:

a) $6^{3x} = 216; 2^{3x} = 128;$

b) $\log_7(x^2 - 12x + 36) = 0; \log_{12}(x^2 - 8x + 16) = 0.$

4. Решить неравенства:

a) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}; 7^{2x-9} > 7^{3x-6};$

b) $(8 - 6x) \leq \log_3 2x; \log_5 x > \log_5(3x - 4).$

Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве..

1.1. Вид самостоятельной работы.

Графическая работа:

«Выполнение чертежей на построение сечений многогранника», индивидуальные задания для каждого учащегося (чертежная бумага формат А-4).

Для решения многих геометрических задач, связанных с многогранниками, полезно уметь строить на рисунке их сечения различными. Секущая плоскость пересекает грани многогранника по отрезкам. **Многоугольник, сторонами которого являются эти отрезки, называется сечением многогранника.**

Построить сечение многогранника плоскостью – это значит указать точки пересечения секущей плоскости с ребрами многогранника и соединить эти точки отрезками, принадлежащими граням многогранника. Для построения сечения многогранника плоскостью нужно в плоскости каждой грани указать две точки, принадлежащие сечению, соединить их прямой и найти точки пересечения этой прямой с ребрами многогранника [5].

Повторим формулировки аксиом A_2, A_3 .

A₂. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

A₃. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

Таким образом, для построения сечения многогранника плоскостью необходимо в плоскости каждой грани указать две точки, принадлежащие сечению. Рассмотрим примеры построения простейших сечений.

1 2 <i>Простейшие задачи.</i>	Задача №1. Точки Н и К принадлежат грани ABB_1A_1 и принадлежат сечению. Значит, соединяем их отрезком. Аналогичные комментарии для точек К и N, Н и N Задача №2. Сечение проходит через середины боковых граней тетраэдра. При построении используется свойство средних линий треугольника.
3 4 <i>Простейшие задачи.</i>	<u>Простейшие сечения в тетраэдре.</u> Задача №3. Сечение тетраэдра, проходящее через его вершину, вершину основания и середину ребра основания. Задача №4. Сечение тетраэдра через ребро его основания и середину противоположного бокового ребра.
5 6 <i>Диагональные сечения.</i>	<u>Диагональные сечения параллелепипеда.</u> Задача № 5. Сечение параллелепипеда через два противоположных боковых ребра. Задача №6. Сечение параллелепипеда через ребро верхнего основания и противоположное ребро нижнего основания.

Задания для самостоятельной работы.

1. Дан наклонный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Отметьте внутреннюю точку М грани $AA_1 B_1 B$.

Постройте сечение параллелепипеда, проходящее через т. М параллельно:

- а) грани $BB_1 C_1 C$;
- б) плоскости основания $ABCD$;
- в) изобразите отрезок, по которому эти сечения пересекаются.

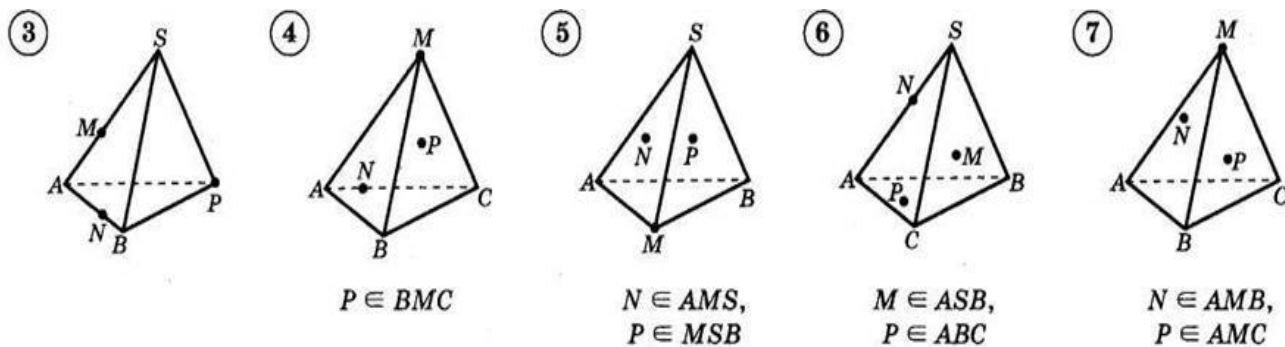
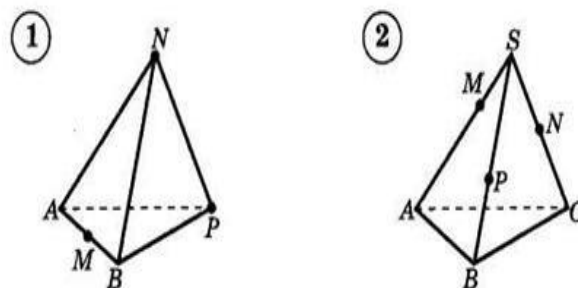
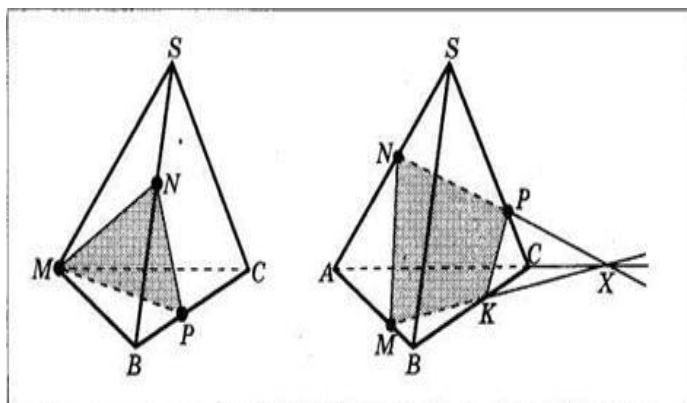
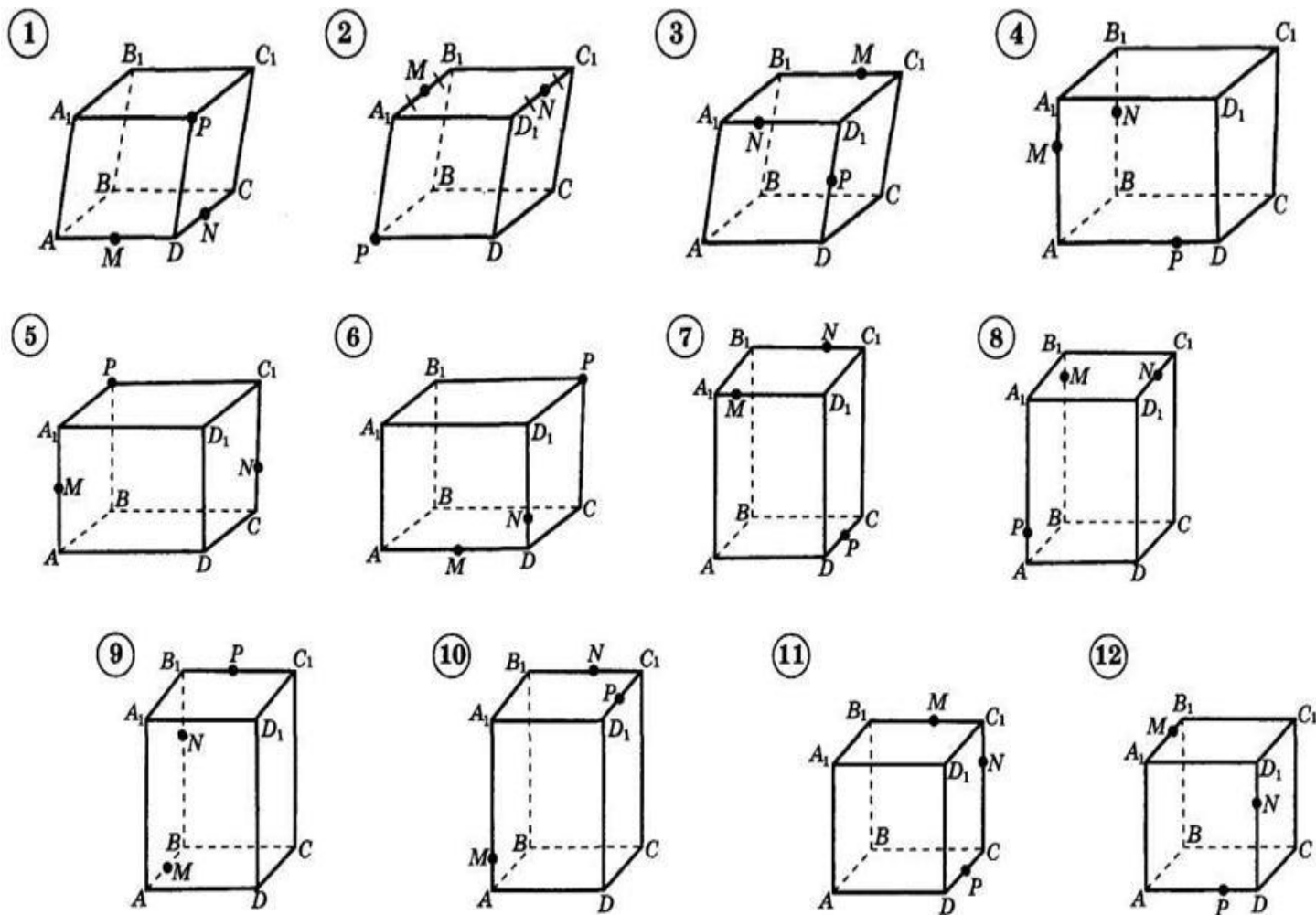
2. Построить сечение параллелепипеда, проходящее через точки О $D_1 C_1$, К $A_1 B_1$, Н АВ.

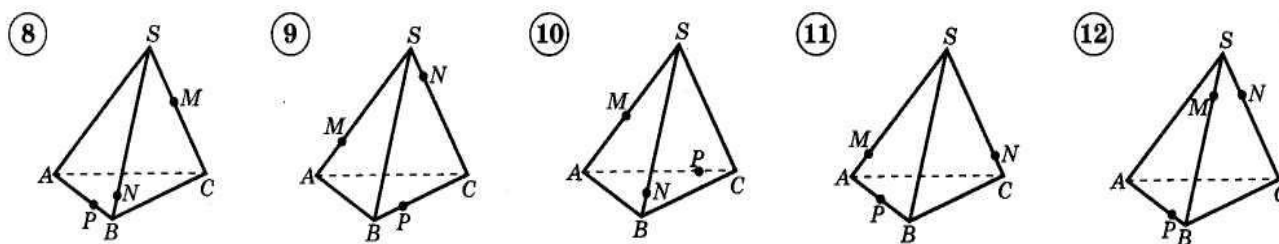
3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Построить сечение параллелепипеда, проходящее через точки S $D_1 C_1$, К CC_1 , N BC.

4. Построить сечение четырехугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью, проходящей через точки $M \in SD$, $P \in AS$ и K , где K принадлежит плоскости основания.

Индивидуальные задания.





Тема 4. Комбинаторика.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Сообщение по теме: «Диаграммы Эйлера-Венна и их применение в теории множеств».

Литература: [1], [5], [12], [14], интернет-ресурсы.

Методические рекомендации: Привести не менее трёх примеров задач комбинаторики, решаемых с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

1.2. Вид самостоятельной работы:

Решение вариативных задач по теме.

Задача 1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

Задача 2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

Задача 3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Задача 4. В группе 9 человек. Сколько можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?

Задача 5. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.

Задача 6. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

Задача 7. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

Задача 8. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

Задача 9. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?

Задача 10. Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

Тема 5. Координаты и векторы.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Презентации по теме: «Вычисление расстояний и углов внутри многогранников».

[6], [18], интернет-ресурсы.

Виды презентаций:

1. Расстояние между точками в пространстве.
2. Расстояние между точкой и прямой в пространстве.
3. Расстояние между прямыми в пространстве.
4. Расстояние между точкой и плоскостью в пространстве.
5. Расстояние между прямой и плоскостью в пространстве.
6. Расстояние между плоскостями в пространстве.
7. Углы между прямыми в пространстве.
8. Угол между прямой и плоскостью
9. Угол между плоскостями.

Методические рекомендации: привести примеры построения расстояний и углов внутри различных многогранников (прямоугольный параллелепипед, треугольная, и шестиугольная призма, тетраэдр, четырёхугольная и шестиугольная пирамида).

Тема 6. Основы тригонометрии.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Графическая работа по теме:

«Преобразование графиков тригонометрических функций».

Индивидуальное задание для каждого учащегося (выполняется на бумаге с миллиметровой сеткой). Изобразить промежуток, не менее двух периодов функции.
[1] стр. 107-112, 133-136.

Задание: Построить графики функций методами параллельного переноса и сжатия-растяжения графиков. Описать и обосновать этапы построения.

1. a) $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ b) $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{2})$ c) $y = 1 - 2 \sin(x + \frac{\pi}{2})$
2. a) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ b) $y = -3 \sin(x + \frac{\pi}{3})$ c) $y = 2 - 3 \sin(x + \frac{\pi}{3})$
3. a) $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ b) $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{4})$ c) $y = 1 - 2 \sin(x - \frac{\pi}{4})$
4. a) $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ b) $y = \frac{1}{2} \sin(x + \frac{\pi}{6})$ c) $y = 2 + \frac{1}{2} \sin(x + 6)$
5. a) $y = \sin(x - \pi)$ b) $y = -2 \sin(x - \pi)$ c) $y = -1 + 2 \sin(x - \pi)$
6. a) $y = \cos(x - \pi)$ b) $y = -2 \cos(x - \pi)$ c) $y = -1 + 2 \cos(x - \pi)$
7. a) $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ b) $y = 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$ c) $y = 1 - 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$
8. a) $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ b) $y = -3 \cos(x + \frac{\pi}{3})$ c) $y = 2 - 3 \cos(x + \frac{\pi}{3})$
9. a) $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ b) $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{4})$ c) $y = 1 - 2 \cos(x - \frac{\pi}{4})$
10. a) $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$ b) $y = \frac{1}{2} \cos(x + \frac{\pi}{6})$ c) $y = 2 + \frac{1}{2} \cos(x + 6)$

Тема 7. Функции, их свойства и графики.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Графическая работа по теме: «Преобразование графиков функций».

Индивидуальное задание для каждого учащегося (выполняется на бумаге с миллиметровой сеткой).

Методические рекомендации: Изобразить график функции, перечислить свойства данной функции.

Задание.

1. a) $y = x^2 + 3x - 4$ b) $y = \frac{1}{x-2} - 1$
2. a) $y = x^2 - 3x - 4$ b) $y = \frac{1}{x+2} + 1$
3. a) $y = x^2 + 2x - 3$ b) $y = \frac{1}{x-1} - 2$
4. a) $y = x^2 - 2x - 3$ b) $y = \frac{1}{x+1} + 2$
5. a) $y = x^2 + x - 2$ b) $y = \frac{1}{x+3} - 1$
6. a) $y = x^2 - x - 2$ b) $y = \frac{1}{x-3} + 1$
7. a) $y = x^2 + 4x - 4$ b) $y = \frac{1}{x-4} - 3$
8. a) $y = x^2 - 4x - 1$ b) $y = \frac{1}{x+4} + 3$
9. a) $y = x^2 + 3x - 4$ b) $y = \frac{1}{x-5} - 4$
10. a) $y = x^2 - 3x - 4$ b) $y = \frac{1}{x+5} + 4$

Тема 8. Многогранники

8.1. Вид самостоятельной работы.

Презентации по темам:

1. «Правильные многогранники. Теорема Эйлера»
2. «Платоновы тела»
3. «Архимедовы тела»

[1] стр.152-156, [12] стр., часть 3, глава 13, §85, интернет –ресурсы.

8.2. Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач.

1. Вписать в таблицу количество граней, вершин и ребер каждого из указанных многогранников и найти для каждого многогранника число Эйлера: $X = V + Г - P$. Сделать вывод.

Вид многогранника	Число вершин	Число ребер	Число граней	Число Эйлера X
Треугольная пирамида				
Четырехугольная пирамида				
Октаэдр				
Треугольная призма				
Пятиугольная призма				
Куб				

2. Решить текстовые задачи:

а) Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см. и 24 см., а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

б) Основание пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м. и 4 м. и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

2) Практическая работа по группам. (Работа с моделями различных многогранников, изготовленных из цветного картона). Каждая группа вычисляет площадь 3-5 многогранников. Задание: Найти полную площадь поверхности многогранников.

Тема 9. Прямые и плоскости в пространстве..

9.1. Вид самостоятельной работы.

Сообщения по теме:

«Определение тел вращения через коническую, цилиндрическую и сферическую поверхность».

[6] , [18] , [19], [20] , [24], интернет-ресурсы.

Содержание сообщений..

1. Определение конической поверхности. Элементы поверхности. Виды.
Изображение.
Определение конуса.
Определение прямого кругового конуса.
2. Определение цилиндрической поверхности. Элементы поверхности. Виды.
Изображение.
Определение цилиндра.
Определение прямого кругового цилиндра.
3. Определение сферической поверхности. Элементы поверхности. Виды.
Изображение.
Определение сферы.

Тема 10. Начала математического анализа

10.1. Вид самостоятельной работы.

Аналитическая работа с текстом:

1. Составить таблицу замечательных пределов. [12] часть1, глава 4, §43.
2. Составить таблицу эквивалентных функций

Методические рекомендации: Подобрать пример на применение всех формул таблиц и решить.

10.2. Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач.

1. Вычислить пределы:

Вариант 1

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$

Вариант 2

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$$

Вариант 3

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}$$

Вариант 4

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 \operatorname{tg} 6x}{3x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)^x$$

Вариант 5

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$$

Вариант 6

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sin 5x} \right)^x;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{1+3x}$$

Вариант 7

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + \sin 9x}{\sin 5x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^x$$

Вариант 8

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x} \right)^x;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x}{6-x} \right)^{x+2}$$

Вариант 9

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{8x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{5}{4x} \right)^x$$

Вариант 10

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \operatorname{tg} 6x}{3x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}.$$

Образец решения**Пример 1.**

Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}.$

Решение: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

Ответ. $\frac{3}{2}$.

Пример 2.

Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$.

Решение: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \cdot \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x} = 1 \cdot \frac{1}{1} = 1.$

Ответ. 1.

Пример 3.

Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2} \cdot 2} = \left[\underbrace{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}}_e \right]^2 = e^x$$

Решение:

Ответ. e^x .

Пример 4.

Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$.

Решение: В данном случае мы имеем неопределенность вида 1^∞ . Выделим целую часть и сведем ко второму замечательному пределу:

$$\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-2}\right)^x = \left[\underbrace{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-2}\right)^{\frac{x-2}{5}}}_e \right]^{\frac{5}{x-2} \cdot x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{x-2}} = e^5$$

или разделим числитель и знаменатель на x

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}} \right)^x = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1+\frac{3}{x} \right)^x}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1-\frac{2}{x} \right)^x} = \frac{e^3}{e^{-2}} = e^5$$

Ответ. e^5 .

2. Исследовать функцию на монотонность и экстремум:

Вариант №1

1. $y = x^3 - 3x^2 + 4$

2. $y = \frac{5-2x}{x^2-4}$

Вариант №3

1. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

2. $y = \frac{x^2}{x^2-1}$

Вариант №5

1. $y = x^3 - 12x + 6$

2. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Вариант №7

1. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

2. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Вариант №9

1. $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 12$

2. $y = \frac{x^2}{6x+18}$

Вариант №2

1. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$

2. $y = \frac{x}{x^2-1}$

Вариант №4

1. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

2. $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

Вариант №6

1. $y = x^3 - 12x^2 - 9x + 1$

2. $y = \frac{1}{x^2+1}$

Вариант №8

1. $y = x^3 - 12x^2 - 9x + 1$

2. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

Вариант №10

1. $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x -$

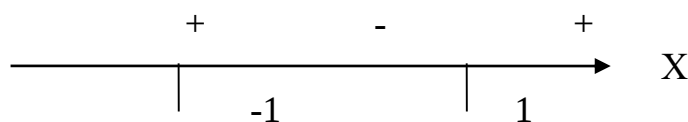
$y = \frac{1}{3} \frac{x^2}{x-2}$

Пример. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - 3x - 4$ на монотонность.

Решение:

$$x \in R = (-\infty; +\infty)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$$



$$f'(x) \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ при } x \in [-1; 1]$$

Ответ: данная функция возрастает при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ и убывает $x \in [-1; 1]$

Тема 11. Измерения в геометрии.

11.1. Вид самостоятельной работы.

Самостоятельное изучение темы:

«Вычисление объёма тел вращения с помощью определённого интеграла».

Составить опорный конспект. [1] стр.205-211. Привести примеры.

11.2. Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач.

1. Вычислить определённый интеграл.

1.1 $\int_{-1}^2 25x^4 dx$	1.6 $\int_{-1}^2 8x^3 dx$	1.11 $\int_{-1}^2 64x^7 dx$
$\int_0^1 (2x^2 + x - 1) dx$ 1.2	1.7 $\int_0^2 (x^3 - 1) dx$	1.12 $\int_0^4 (3 + x^3) dx$
1.3 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x dx$	1.8 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$	1.13 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$
1.4 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$	1.9 $\int_0^4 \frac{dx}{16 + x^2}$	1.14 $\int_1^2 \frac{2dx}{x}$
1.5 $\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$	1.10 $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx$	1.15 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

2. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной заданными линиями. Результат округлить до 10^{-2} .

2.1 $y = x^2 - 4x + 4$ $x = 0 \quad y = 0$	2.6 $y = x^2 - 4x + 3$ $x = 0 \quad y = 0$	2.11 $y = x^2 + 5x + 6$ $y = 0 \quad x = 0$
2.2 $y = x^2 - 4x + 3$ $x = -1 \quad y = 0$	2.7 $y = x^2 + 5x + 6$ $x = -4 \quad y = 0$	2.12 $y = x^2 - 6x + 8$ $x = 0 \quad y = 0$
2.3 $y = x^2 - 6x + 8$	2.8 $y = 2x^2 + 4x + 7$	2.13 $y = -2x^2 + 4$ $x = -1$

$x = 1 \quad y = 0$	$x = -1 \quad x = 0$	$x = 1$
2.4 $y = 2x^2 + 4x + 7$ $x = -2 \quad x = -1$	2.9 $y = 2\sqrt{x}$ $x = 1 \quad x = 4$	2.14 $y = x^4$ $x = 0 \quad x = 1$
2.5 $y = \frac{4}{x}$ $x = 2 \quad x = 3$	2.10 $x = 2 \quad x = 0 \quad y = 2x + 3$	2.15 $y = -4x + 1$ $x = -2 \quad x = 0$

Тема 12. Элементы теории вероятности и математической статистики.

1.1. Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач .

1. Задан закон распределения случайной величины X (в первой строке таблицы указаны возможные значения величины X , а во второй строке указаны вероятности p этих возможных значений). Найти:

1. математическое ожидание,
2. дисперсию,
3. построить многоугольник распределения.

1.1

x	23	25	28	29
p	0,3	0,2	0,4	0,1

1.2

x	17	21	25	27
p	0,2	0,4	0,3	0,1

1.3

x	24	26	28	30
p	0,2	0,2	0,5	0,1

1.4

x	12	16	19	21
p	0,1	0,5	0,3	0,1

1.5

x	25	27	30	32
p	0,2	0,4	0,3	0,1

1.6

x	30	32	35	40
p	01	0,5	0,2	0,2

1.7

x	12	14	16	20
p	0,1	0,2	0,5	0,2

1.8

x	21	25	28	31
p	0,1	0,4	0,2	0,3

1.9

x	18	22	23	26
p	0,2	0,3	0,4	0,1

1.10

x	25	28	30	33
p	0,1	0,2	0,4	0,3

2. Рассчитать средний возраст студентов в группе из 20 человек:

№ п\п	Возраст (лет)	№ п\п	Возраст (лет)	№ п\п	Возраст (лет)	№ п\п	Возраст (лет)
1	18	6	20	11	22	16	21
2	18	7	19	12	19	17	19
3	19	8	19	13	19	18	19
4	20	9	19	14	20	19	19
5	19	10	20	15	20	20	19

Справочные материалы.

Простая средняя арифметическая — Равна отношению суммы индивидуальных значений признака к количеству признаков в совокупности

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Пример 1. Бригада из 6 рабочих получает в месяц 3 3,2 3,3 3,5 3,8 3,1 тыс. руб. Найти среднюю заработную плату.

Решение:

$$(3 + 3,2 + 3,3 + 3,5 + 3,8 + 3,1) / 6 = 3,32 \text{ тыс. руб.}$$

Взвешенная средняя арифметическая — равна отношению (суммы произведений значения признака к частоте повторения данного признака) к (сумме частот всех признаков). Используется, когда варианты исследуемой совокупности встречаются неодинаковое количество раз.

Представим это в виде следующей формулы:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$$

- x_i — цена за единицу продукции;
- w_i — количество (объем) продукции;

Пример 2. Найти среднюю заработную плату рабочих цеха за месяц

Зарботная плата одного рабочего тыс. руб; X	Число рабочих F
3,2	20
3,3	35
3,4	14
4,0	6
Итого:	75

Средняя заработная плата может быть получена путем деления общей суммы заработной платы на общее число рабочих:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{64,0 + 115,5 + 47,6 + 24,0}{20 + 35 + 14 + 6} = \frac{251,1}{75}$$

Ответ: 3,35 тыс.руб.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называ-ется сумма произведений ее возможных значений на соответствующие им вероятности:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n.$$

Пример 3. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины, зная закон ее распределения:

X	5	4	3
p	0,2	0,5	0,3

Решение: По формуле находим математическое ожидание:

$$M(X) = 5*0,2 + 4*0,5 + 3*0,3 = 3,3.$$

Дисперсией (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$D(X) = M[X - M(X)]^2.$$

Пример 4. Найти дисперсию случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

Решение: По формуле находим математическое ожидание:

$$M(X) = 1*0,3 + 2*0,5 + 5*0,2 = 2,3.$$

Записываем все возможные значения квадрата отклонения:

$$[X_1 - M(X)]^2 = (1 - 2,3)^2 = 1,69;$$

$$[X_2 - M(X)]^2 = (2 - 2,3)^2 = 0,09;$$

$$[X_3 - M(X)]^2 = (5 - 2,3)^2 = 7,29.$$

Тогда закон распределения квадрата отклонения имеет следующий вид:

$[X - M(X)]^2$	1,69	0,09	7,29
p	0,3	0,5	0,2

По формуле находим дисперсию:

$$D(X) = 1,69*0,3 + 0,09*0,5 + 7,29*0,2 = 2,01.$$

Тема 13. Решение уравнений и неравенств.

13.1. Вид самостоятельной работы.

Аналитическая работа с текстом:

Составление схем алгоритмов решения уравнений, содержащих модуль.

[12] часть 1, глава 1, §5

Привести пример решения на каждую схему.

13.2. Вид самостоятельной работы.

Решение вариативных задач